

Optimização e controlo da poluição atmosférica com programação semi-infinita

A. Ismael F. Vaz

Departamento de Produção e Sistemas

Escola de Engenharia, Universidade do Minho

aivaz@dps.uminho.pt

Eugénio C. Ferreira

Centro de Engenharia Biológica

Escola de Engenharia, Universidade do Minho

ecferreira@deb.uminho.pt



Universidade do Minho

Introdução

❖ Conteúdo

❖ PSI

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Conteúdo

- Programação semi-infinita (PSI)
- Modelo de dispersão
- Formulações
- Ambiente de modelação e resolução
- Exemplos - Resultados numéricos
- Conclusões



Universidade do Minho

Introdução

❖ Conteúdo

❖ PSI

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Conteúdo

- Programação semi-infinita (PSI)
- **Modelo de dispersão**
- Formulações
- Ambiente de modelação e resolução
- Exemplos - Resultados numéricos
- Conclusões



Universidade do Minho

Introdução

❖ Conteúdo

❖ PSI

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Conteúdo

- Programação semi-infinita (PSI)
- Modelo de dispersão
- **Formulações**
- Ambiente de modelação e resolução
- Exemplos - Resultados numéricos
- Conclusões



Universidade do Minho

Introdução

❖ Conteúdo

❖ PSI

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Conteúdo

- Programação semi-infinita (PSI)
- Modelo de dispersão
- Formulações
- **Ambiente de modelação e resolução**
- Exemplos - Resultados numéricos
- Conclusões



Universidade do Minho

Introdução

❖ Conteúdo

❖ PSI

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Conteúdo

- Programação semi-infinita (PSI)
- Modelo de dispersão
- Formulações
- Ambiente de modelação e resolução
- **Exemplos - Resultados numéricos**
- Conclusões



Universidade do Minho

Introdução

❖ Conteúdo

❖ PSI

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Conteúdo

- Programação semi-infinita (PSI)
- Modelo de dispersão
- Formulações
- Ambiente de modelação e resolução
- Exemplos - Resultados numéricos
- **Conclusões**



Universidade do Minho

Introdução

❖ Conteúdo

❖ **PSI**

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Programação semi-infinita

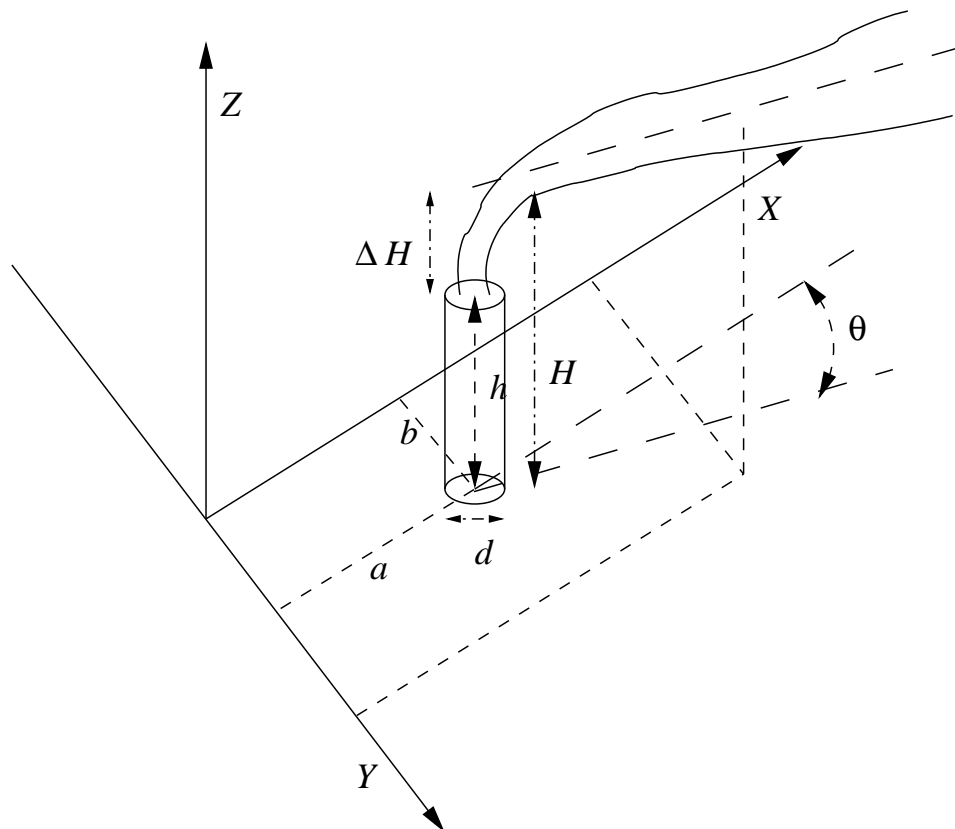
$$\begin{aligned} & \min_{u \in R^n} f(u) \\ & s.a \quad g_i(u, v) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & \quad u_{lb} \leq u \leq u_{ub} \\ & \quad \forall v \in \mathcal{R} \subset R^p, \end{aligned}$$

onde $f(u)$ é a função objectivo, $g_i(u, v)$, $i = 1, \dots, m$ são as funções das restrições e u_{lb} , u_{ub} são os limites simples em u . \mathcal{R} é um conjunto infinito.



Sistema de coordenadas

Universidade do Minho



(a, b)

posição da chaminé

d

diâmetro interno da chaminé

h

altura da chaminé

ΔH

elevação do penacho

$H = h + \Delta H$

altura efectiva da chaminé

θ

direcção do vento



Modelo de dispersão

Assumindo que o penacho segue uma distribuição Gaussiana, a concentração, de gás ou aerossóis (partículas com diâmetro menor que 20 microns) na posição x , y e z de uma fonte emissora contínua com altura efectiva da chaminé \mathcal{H} , é dada por

$$C(x, y, z, \mathcal{H}) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_z\mathcal{U}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2} \left(e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mathcal{H}}{\sigma_z}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z+\mathcal{H}}{\sigma_z}\right)^2} \right)$$

onde Q (gs^{-1}) é a taxa de emissão do poluente, \mathcal{U} (ms^{-1}) é a velocidade média do vento que afecta o penacho, σ_y (m) e σ_z (m) são os desvios padrões no plano horizontal e vertical, respectivamente.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de dispersão

❖ Coordenadas

❖ Modelo

❖ Mudança

❖ Penacho

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Mudança de coordenadas

A mudança de coordenadas da fonte para a posição (a, b) , na direcção do vento.

\mathcal{Y} é dada por

$$\mathcal{Y} = (x - a) \sin(\theta) + (y - b) \cos(\theta),$$

onde θ (*rad*) é a direcção do vento ($0 \leq \theta \leq 2\pi$).

σ_y e σ_z dependem de \mathcal{X} , dado por

$$\mathcal{X} = (x - a) \cos(\theta) - (y - b) \sin(\theta).$$



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de dispersão

❖ Coordenadas

❖ Modelo

❖ Mudança

❖ Penacho

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Elevação do penacho

A altura efectiva da emissão é a soma da altura da chaminé, h (m), com a elevação do penacho, $\Delta\mathcal{H}$ (m). A elevação considerada é dada pela equação de Holland

$$\Delta\mathcal{H} = \frac{V_o d}{\mathcal{U}} \left(1.5 + 2.68 \frac{T_o - T_e}{T_o} d \right),$$

onde d (m) é o diâmetro interno da chaminé, V_o (ms^{-1}) é a velocidade de saída do gás, T_o (K) é a temperatura do gás e T_e (K) é a temperatura ambiente.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

❖ Hipóteses

❖ Formulação 1

❖ Formulação 2

❖ Formulação 3

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Hipóteses

- Assumindo que existem n fontes emissoras de poluição distribuídas numa dada região;
- C_i é a contribuição da fonte i para a concentração total;
- Gás quimicamente inerte.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

❖ Hipóteses

❖ Formulação 1

❖ Formulação 2

❖ Formulação 3

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Hipóteses

- Assumindo que existem n fontes emissoras de poluição distribuídas numa dada região;
- C_i é a contribuição da fonte i para a concentração total;
- Gás quimicamente inerte.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

❖ Hipóteses

- ❖ Formulação 1
- ❖ Formulação 2
- ❖ Formulação 3

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Hipóteses

- Assumindo que existem n fontes emissoras de poluição distribuídas numa dada região;
- C_i é a contribuição da fonte i para a concentração total;
- Gás quimicamente inerte.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

❖ Hipóteses

- ❖ Formulação 1
- ❖ Formulação 2
- ❖ Formulação 3

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Hipóteses

- Assumindo que existem n fontes emissoras de poluição distribuídas numa dada região;
- C_i é a contribuição da fonte i para a concentração total;
- Gás quimicamente inerte.

Conseguimos propor três formulações:

- Minimizar a altura das chaminés;
- Cálculo da poluição máxima e planeamento de estações de verificação (amostragem);
- Redução da poluição.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

❖ Hipóteses

❖ Formulação 1

❖ Formulação 2

❖ Formulação 3

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Hipóteses

- Assumindo que existem n fontes emissoras de poluição distribuídas numa dada região;
- C_i é a contribuição da fonte i para a concentração total;
- Gás quimicamente inerte.

Conseguimos propor três formulações:

- Minimizar a altura das chaminés;
- Cálculo da poluição máxima e planeamento de estações de verificação (amostragem);
- Redução da poluição.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

❖ Hipóteses

❖ Formulação 1

❖ Formulação 2

❖ Formulação 3

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Hipóteses

- Assumindo que existem n fontes emissoras de poluição distribuídas numa dada região;
- C_i é a contribuição da fonte i para a concentração total;
- Gás quimicamente inerte.

Conseguimos propor três formulações:

- Minimizar a altura das chaminés;
- Cálculo da poluição máxima e planeamento de estações de verificação (amostragem);
- Redução da poluição.



Tamanho mínimo de chaminés

Minimizar o tamanho das chaminés $u = (h_1, \dots, h_n)$, enquanto que a poluição ao nível do solo é mantido abaixo de um dado patamar de referência \mathcal{C}_0 , numa dada região \mathcal{R} , pode ser formulado como o seguinte problema de PSI

$$\min_{u \in R^n} \sum_{i=1}^n c_i h_i$$

$$s.a \quad g(u, v \equiv (x, y)) \equiv \sum_{i=1}^n \mathcal{C}_i(x, y, 0, \mathcal{H}_i) \leq \mathcal{C}_0$$

$$\forall v \in \mathcal{R} \subset R^2,$$

onde $c_i, i = 1, \dots, n$, são os custos de construção.

Nota: podem ser consideradas funções objectivo mais complexas.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

❖ Hipóteses

❖ Formulação 1

❖ **Formulação 2**

❖ Formulação 3

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Poluição máxima e planeamento de estações

A concentração da poluição máxima (l^*) numa dada região pode ser obtida através da resolução do seguinte problema de PSI

$$\begin{aligned} \min_{l \in R} \quad & l \\ \text{s.a.} \quad & g(z, v \equiv (x, y)) \equiv \sum_{i=1}^n C_i(x, y, 0, \mathcal{H}_i) \leq l \\ & \forall v \in \mathcal{R} \subset R^2. \end{aligned}$$

Os pontos $v^* \in \mathcal{R}$ em que $g(z^*, v^*) = l^*$ (tornam a restrição activa) são os óptimos globais que indicam onde as estações de verificação (amostragem) devem ser colocadas.



Redução da poluição

Minimizar a redução da poluição (minimizar os custos de limpeza, maximizando o rendimento, minimizando o impacto económico) enquanto a concentração da poluição é mantida abaixo de valores de referência pode ser formulado como o seguinte problema de PSI

$$\min_{u \in R^n} \sum_{i=1}^n p_i r_i$$

$$s.a \quad g(u, v \equiv (x, y)) \equiv \sum_{i=1}^n (1 - r_i) C_i(x, y, 0, \mathcal{H}_i) \leq C_0$$

$$\forall v \in \mathcal{R} \subset R^2,$$

onde $u = (r_1, \dots, r_n)$ é a redução da poluição e p_i , $i = 1, \dots, n$, é o custo na fonte i (limpar ou não produzir).



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação

- SIPAMPL significa "*Semi-Infinite Programming with AMPL*".
- SIPAMPL possui uma extensão ao AMPL, permitindo a codificação de problemas de PSI.
- O SIPAMPL fornece:
 - ❖ uma base de dados de mais de 160 problemas de PSI codificados;
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e potenciais *solver* (NSIPS);
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e o MATLAB;
 - ❖ uma ferramenta *select*.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação

- SIPAMPL significa "*Semi-Infinite Programming with AMPL*".
- SIPAMPL possui uma extensão ao AMPL, permitindo a codificação de problemas de PSI.
- O SIPAMPL fornece:
 - ❖ uma base de dados de mais de 160 problemas de PSI codificados;
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e potenciais *solver* (NSIPS);
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e o MATLAB;
 - ❖ uma ferramenta *select*.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação

- SIPAMPL significa "*Semi-Infinite Programming with AMPL*".
- SIPAMPL possui uma extensão ao AMPL, permitindo a codificação de problemas de PSI.
- O SIPAMPL fornece:
 - ❖ uma base de dados de mais de 160 problemas de PSI codificados;
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e potenciais *solver* (NSIPS);
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e o MATLAB;
 - ❖ uma ferramenta *select*.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação

- SIPAMPL significa "*Semi-Infinite Programming with AMPL*".
- SIPAMPL possui uma extensão ao AMPL, permitindo a codificação de problemas de PSI.
- O SIPAMPL fornece:
 - ❖ uma base de dados de mais de 160 problemas de PSI codificados;
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e potenciais *solver* (NSIPS);
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e o MATLAB;
 - ❖ uma ferramenta *select*.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação

- SIPAMPL significa "*Semi-Infinite Programming with AMPL*".
- SIPAMPL possui uma extensão ao AMPL, permitindo a codificação de problemas de PSI.
- O SIPAMPL fornece:
 - ❖ uma base de dados de mais de 160 problemas de PSI codificados;
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e potenciais *solver* (NSIPS);
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e o MATLAB;
 - ❖ uma ferramenta *select*.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação

- SIPAMPL significa "*Semi-Infinite Programming with AMPL*".
- SIPAMPL possui uma extensão ao AMPL, permitindo a codificação de problemas de PSI.
- O SIPAMPL fornece:
 - ❖ uma base de dados de mais de 160 problemas de PSI codificados;
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e potenciais *solver* (NSIPS);
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e o MATLAB;
 - ❖ uma ferramenta *select*.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação

- SIPAMPL significa "*Semi-Infinite Programming with AMPL*".
- SIPAMPL possui uma extensão ao AMPL, permitindo a codificação de problemas de PSI.
- O SIPAMPL fornece:
 - ❖ uma base de dados de mais de 160 problemas de PSI codificados;
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e potenciais *solver* (NSIPS);
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e o MATLAB;
 - ❖ uma ferramenta *select*.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação

- SIPAMPL significa "*Semi-Infinite Programming with AMPL*".
- SIPAMPL possui uma extensão ao AMPL, permitindo a codificação de problemas de PSI.
- O SIPAMPL fornece:
 - ❖ uma base de dados de mais de 160 problemas de PSI codificados;
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e potenciais *solver* (NSIPS);
 - ❖ uma interface entre o SIPAMPL e o MATLAB;
 - ❖ uma ferramenta *select*.

O SIPAMPL foi usado para codificar os problemas propostos.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação e resolução

- NSIPS significa "*Nonlinear Semi-Infinite Programming Solver*".
- NSIPS implementa quatro algoritmos diferentes para a PSI:
 - ❖ Discretização;
 - ❖ PQS;
 - ❖ Penalidade;
 - ❖ Pontos interiores.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação e resolução

- NSIPS significa "*Nonlinear Semi-Infinite Programming Solver*".
- NSIPS implementa quatro algoritmos diferentes para a PSI:
 - ❖ Discretização;
 - ❖ PQS;
 - ❖ Penalidade;
 - ❖ Pontos interiores.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação e resolução

- NSIPS significa "*Nonlinear Semi-Infinite Programming Solver*".
- NSIPS implementa quatro algoritmos diferentes para a PSI:
 - ❖ **Discretização;**
 - ❖ PQS;
 - ❖ Penalidade;
 - ❖ Pontos interiores.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação e resolução

- NSIPS significa "*Nonlinear Semi-Infinite Programming Solver*".
- NSIPS implementa quatro algoritmos diferentes para a PSI:
 - ❖ Discretização;
 - ❖ **PQS**;
 - ❖ Penalidade;
 - ❖ Pontos interiores.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação e resolução

- NSIPS significa "*Nonlinear Semi-Infinite Programming Solver*".
- NSIPS implementa quatro algoritmos diferentes para a PSI:
 - ❖ Discretização;
 - ❖ PQS;
 - ❖ **Penalidade;**
 - ❖ Pontos interiores.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação e resolução

- NSIPS significa "*Nonlinear Semi-Infinite Programming Solver*".
- NSIPS implementa quatro algoritmos diferentes para a PSI:
 - ❖ Discretização;
 - ❖ PQS;
 - ❖ Penalidade;
 - ❖ Pontos interiores.



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

❖ Ambiente

❖ Resolução

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Ambiente de modelação e resolução

- NSIPS significa "*Nonlinear Semi-Infinite Programming Solver*".
- NSIPS implementa quatro algoritmos diferentes para a PSI:
 - ❖ Discretização;
 - ❖ PQS;
 - ❖ Penalidade;
 - ❖ Pontos interiores.

O NSIPS foi usado para resolver os problemas propostos. O método de discretização é actualmente o único que permite a inclusão de restrições finitas.



Universidade do Minho

Tamanho mínimo da chaminé

(Wang and Luus, 1978)

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

❖ Formulação

❖ Dados

❖ Parâmetros

❖ Resultados numéricos

❖ Curva nível

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Considere uma região com 10 chaminés. A temperatura ambiente (T_e) é $283K$ e a temperatura de emissão do gás (T_o) é $413K$. A velocidade média do vento (\mathcal{U}) é $5.64ms^{-1}$ na direcção $3.996rad$ (θ).

As alturas das chaminés que estão reportadas na tabela seguinte foram usadas como aproximações iniciais e foi considerada uma região quadrada de $40km$ ($\mathcal{R} = [-20000, 20000] \times [-20000, 20000]$).



Universidade do Minho

Dados das 10 chaminés

Os dados das chaminés são:

| Fonte | a_i (m) | b_i (m) | h_i (m) | d_i (m) | Q_i (gs^{-1}) | $(V_o)_i$ (ms^{-1}) |
|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------------------|----------------------------|
| 1 | -3000 | -2500 | 183 | 8.0 | 2882.6 | 19.245 |
| 2 | -2600 | -300 | 183 | 8.0 | 2882.6 | 19.245 |
| 3 | -1100 | -1700 | 160 | 7.6 | 2391.3 | 17.690 |
| 4 | 1000 | -2500 | 160 | 7.6 | 2391.3 | 17.690 |
| 5 | 1000 | 2200 | 152.4 | 6.3 | 2173.9 | 23.404 |
| 6 | 2700 | 1000 | 152.4 | 6.3 | 2173.9 | 23.404 |
| 7 | 3000 | -1600 | 121.9 | 4.3 | 1173.9 | 27.128 |
| 8 | -2000 | 2500 | 121.9 | 4.3 | 1173.9 | 27.128 |
| 9 | 0 | 0 | 91.4 | 5.0 | 1304.3 | 22.293 |
| 10 | 1500 | -1600 | 91.4 | 5.0 | 1304.3 | 22.293 |

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

❖ Formulação

❖ Dados

❖ Parâmetros

❖ Resultados numéricos

❖ Curva nível

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

❖ Formulação

❖ Dados

❖ **Parâmetros**

❖ Resultados
numéricos

❖ Curva nível

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Parâmetros

Foram testados dois valores de referência.

$C_0 = 7.7114 \times 10^{-4} gm^{-3}$ sem um limite inferior para o tamanho das chaminés, $C_0 = 7.7114 \times 10^{-4} gm^{-3}$ com um limite inferior no tamanho das chaminés de $10m^a$ e $C_0^b = 1.25 \times 10^{-4} gm^{-3}$.

A altura de uma chaminé só pode ser inferior a $10m$ se alguns requisitos legais forem cumpridos^c. Uma forma de provar que os requisitos são cumpridos é através da simulação, usando um modelo apropriado de dispersão do poluente.

^aDecreto lei número 352/90 de 9 de Novembro de 1990.

^bDecreto lei número 111/2002 de 16 de Abril de 2002.

^cDecreto lei número 286/93 de 12 de Março de 1993.



Universidade do Minho

Resultados numéricos

| | Instância 1 | Instância 2 | Instância 3 |
|----------|-------------|-------------|-------------|
| h_1 | 0.00 | 10.00 | 196.93 |
| h_2 | 78.26 | 69.09 | 380.06 |
| h_3 | 0.00 | 10.00 | 403.12 |
| h_4 | 153.17 | 152.64 | 428.38 |
| h_5 | 80.90 | 71.27 | 344.81 |
| h_6 | 0.00 | 10.00 | 274.58 |
| h_7 | 13.52 | 13.52 | 402.83 |
| h_8 | 161.78 | 161.87 | 396.82 |
| h_9 | 141.73 | 141.63 | 415.58 |
| h_{10} | 15.05 | 15.05 | 423.99 |
| Total | 644.40 | 655.06 | 3667.10 |

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

❖ Formulação

❖ Dados

❖ Parâmetros

❖ Resultados numéricos

❖ Curva nível

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

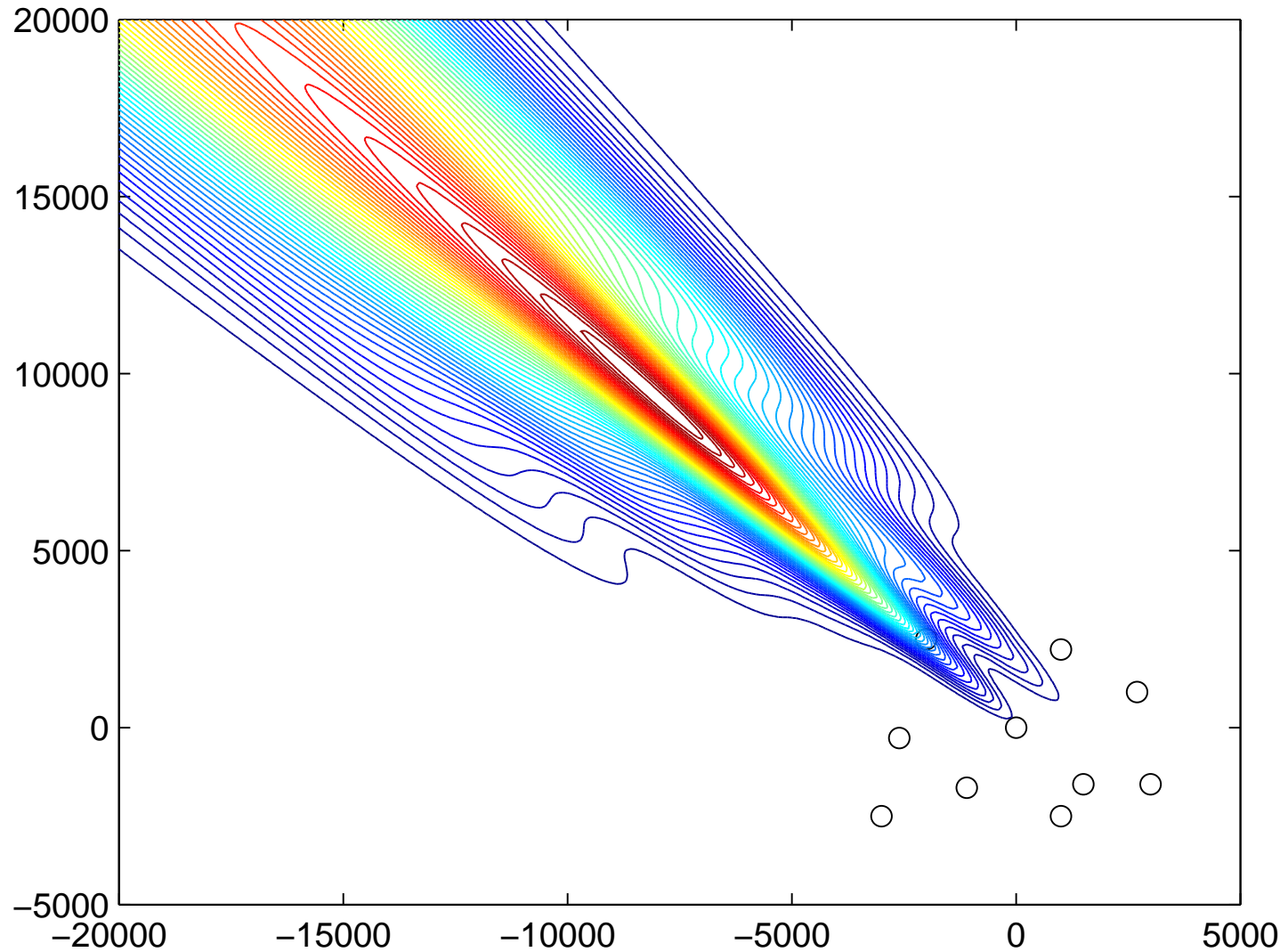
Conclusões



Universidade do Minho

Curvas de nível

Problema **vaz1.mod** com aproximação inicial



Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

- ❖ Formulação
- ❖ Dados
- ❖ Parâmetros
- ❖ Resultados numéricos
- ❖ Curva nível

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

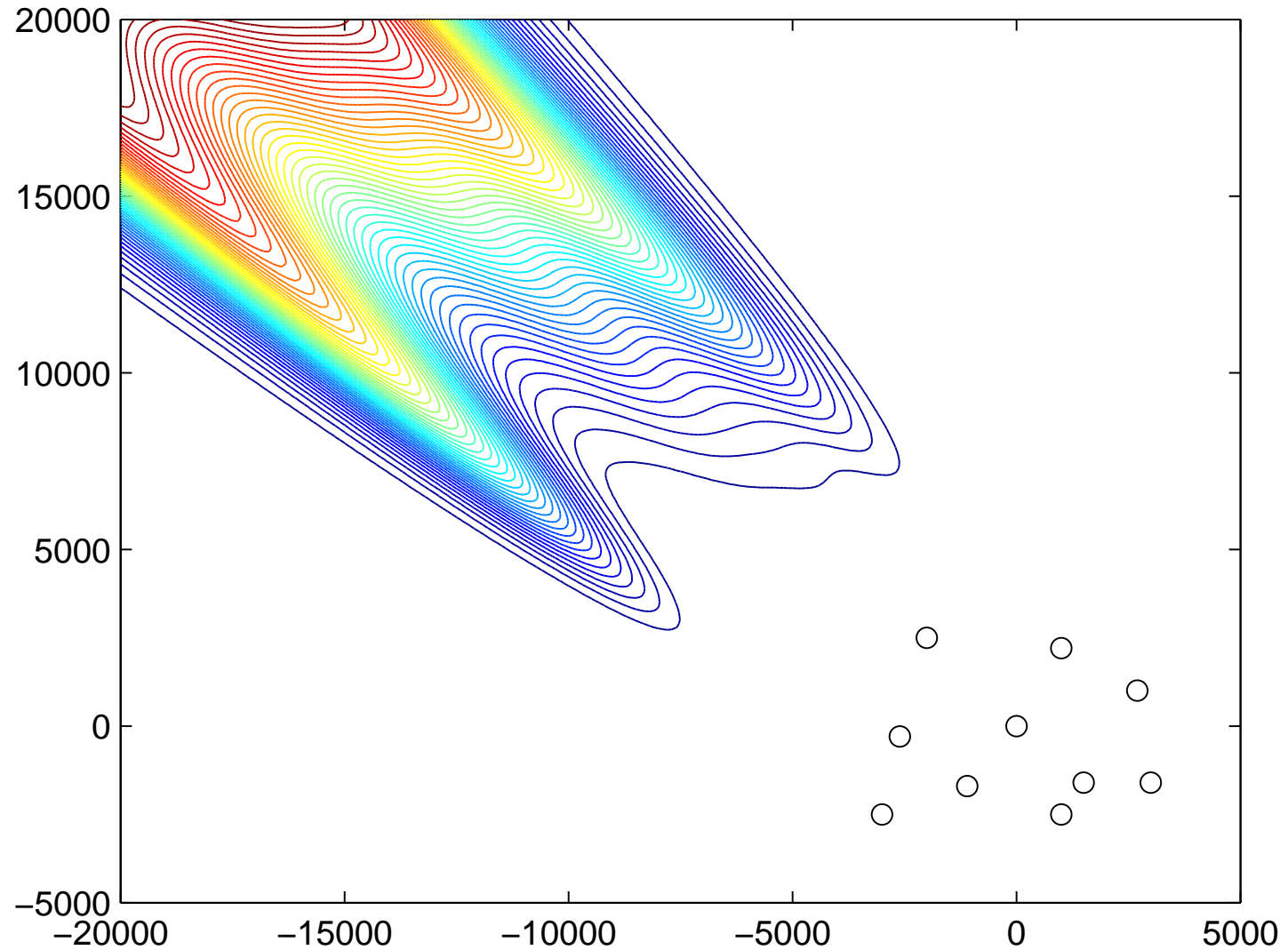
Conclusões



Universidade do Minho

Curvas de nível

Problema **vaz1.mod** com solução da instância 2



Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

- ❖ Formulação
- ❖ Dados
- ❖ Parâmetros
- ❖ Resultados
numéricos
- ❖ Curva nível

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões



Universidade do Minho

Poluição máxima e planeamento de estações

(Gustafson *et al.*, 1977)

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

❖ Formulação

❖ Dados

❖ Curva de nível

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

Cálculo do nível de poluição máxima (l^*) fixando as alturas das chaminés h_i .

Considera-se uma região com 25 chaminés.

A região considerada foi $\mathcal{R} = [0, 24140] \times [0, 24140]$ (quadrada de cerca de 15 milhas).

Temperatura ambiente de $284K$, velocidade média do vento de $5ms^{-1}$ na direcção $3.927rad$ (225°).



Universidade do Minho

Dados para as 25 chaminés

| Fonte | a_i (m) | b_i (m) | h_i (m) | d_i (m) | Q_i ($g\,s^{-1}$) | $(V_o)_i$ ($m\,s^{-1}$) | $(T_o)_i$ (K) |
|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------------------|------------------------------|------------------|
| 1 | 9190 | 6300 | 61.0 | 2.6 | 191.1 | 6.1 | 600 |
| 2 | 9190 | 6300 | 63.6 | 2.9 | 47.7 | 4.8 | 600 |
| 3 | 9190 | 6300 | 30.5 | 0.9 | 21.1 | 29.2 | 811 |
| 4 | 9190 | 6300 | 38.1 | 1.7 | 14.2 | 9.2 | 727 |
| 5 | 9190 | 6300 | 38.1 | 2.1 | 7.0 | 7.0 | 727 |
| 6 | 9190 | 6300 | 21.9 | 2.0 | 59.2 | 4.3 | 616 |
| 7 | 9190 | 6300 | 61.0 | 2.1 | 87.2 | 5.2 | 616 |
| 8 | 8520 | 7840 | 36.6 | 2.7 | 25.3 | 11.9 | 477 |
| 9 | 8520 | 7840 | 36.6 | 2.0 | 101.0 | 16.0 | 477 |
| 10 | 8520 | 7840 | 18.0 | 2.6 | 41.6 | 9.0 | 727 |
| 11 | 8050 | 7680 | 35.7 | 2.4 | 222.7 | 5.7 | 477 |
| 12 | 8050 | 7680 | 45.7 | 1.9 | 20.1 | 2.4 | 727 |
| 13 | 8050 | 7680 | 50.3 | 1.5 | 20.1 | 1.6 | 727 |
| 14 | 8050 | 7680 | 35.1 | 1.6 | 20.1 | 1.5 | 727 |
| 15 | 8050 | 7680 | 34.7 | 1.5 | 20.0 | 1.6 | 727 |
| 16 | 9190 | 6300 | 30.0 | 2.2 | 24.7 | 9.0 | 727 |
| 17 | 5770 | 10810 | 76.3 | 3.0 | 67.5 | 10.7 | 473 |
| 18 | 5620 | 9820 | 82.0 | 4.4 | 66.7 | 12.9 | 603 |
| 19 | 4600 | 9500 | 113.0 | 5.2 | 63.7 | 9.3 | 546 |
| 20 | 8230 | 8870 | 31.0 | 1.6 | 6.3 | 5.0 | 460 |
| 21 | 8750 | 5880 | 50.0 | 2.2 | 36.2 | 7.0 | 460 |
| 22 | 11240 | 4560 | 50.0 | 2.5 | 28.8 | 7.0 | 460 |
| 23 | 6140 | 8780 | 31.0 | 1.6 | 8.4 | 5.0 | 460 |
| 24 | 14330 | 6200 | 42.6 | 4.6 | 172.4 | 13.4 | 616 |
| 25 | 14330 | 6200 | 42.6 | 3.7 | 171.3 | 16.1 | 616 |

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

❖ Formulação

❖ **Dados**

❖ Curva de nível

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

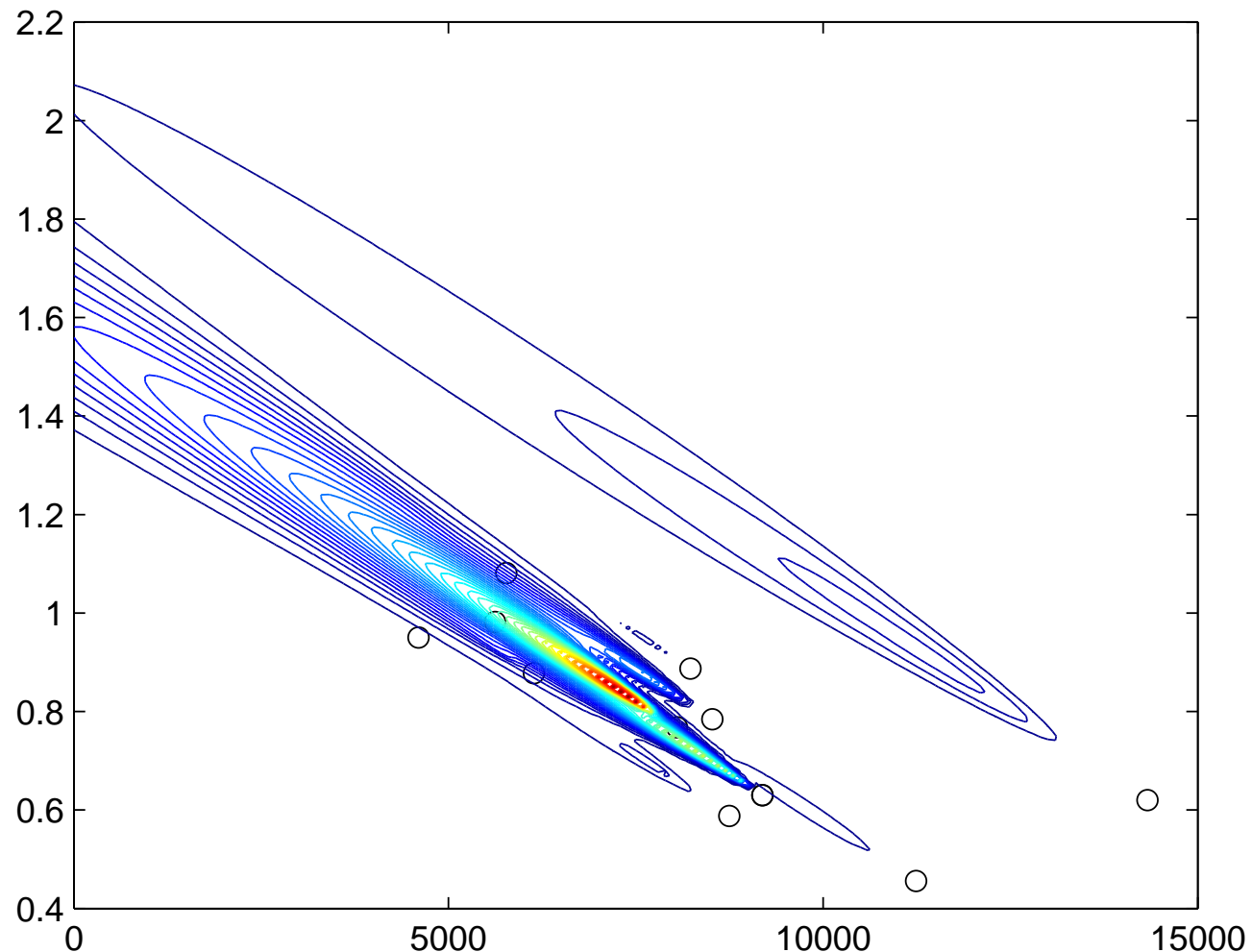


Universidade do Minho

Resultados numéricos - Curva de Nível

O nível de poluição máxima de $l^* = 1.81068 \times 10^{-3} gm^{-3}$ é atingida na posição $(x, y) = (8500, 7000)$.

Problema **vaz2.mod**



Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

❖ Formulação

❖ Dados

❖ Curva de nível

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões



Redução da poluição

(Gustafson and Kortanek, 1972)

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

❖ Formulação

❖ Problema

❖ Resultados numéricos

❖ Curva de nível

Exemplo 4

Conclusões

Considere-se três fábricas (\mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 e \mathcal{P}_3), com emissões e_1 , e_2 e e_3 , onde $0 \leq e_i \leq 2$, ($i = 1, 2, 3$) de um certo poluente. Por imposição legal o nível de poluição não deve exceder um dado valor de referência (\mathcal{C}_0) sob condições climatéricas médias, i.e., $\theta = 0$ e $\mathcal{U} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 ms^{-1}$. Considere-se $\mathcal{Q} = 1gs^{-1}$ e $\mathcal{C}_0 = \frac{1}{2}$. Os restantes dados da chaminé são

| Fonte | a_i | b_i | h_i |
|-------|-------|-------|------------|
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | 2 | -1 | $\sqrt{2}$ |



Universidade do Minho

Problema

A taxa de redução deve ser minimizada.

$$\min_{r_1, r_2, r_3 \in R} 2r_1 + 4r_2 + r_3$$

$$s.a \sum_{i=1}^3 (2 - r_i) \mathcal{C}(x, y, 0, \mathcal{H}_i) \leq \mathcal{C}_0$$

$$0 \leq r_i \leq 2, \quad i = 1, 2, 3$$

$$\forall (x, y) \in [-1, 4] \times [-1, 4].$$

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

❖ Formulação

❖ **Problema**

❖ Resultados numéricos

❖ Curva de nível

Exemplo 4

Conclusões



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

❖ Formulação

❖ Problema

❖ Resultados
numéricos

❖ Curva de nível

Exemplo 4

Conclusões

Resultados numéricos

Solução encontrada foi $r^* = (0.987, 0.951, 0.943)$

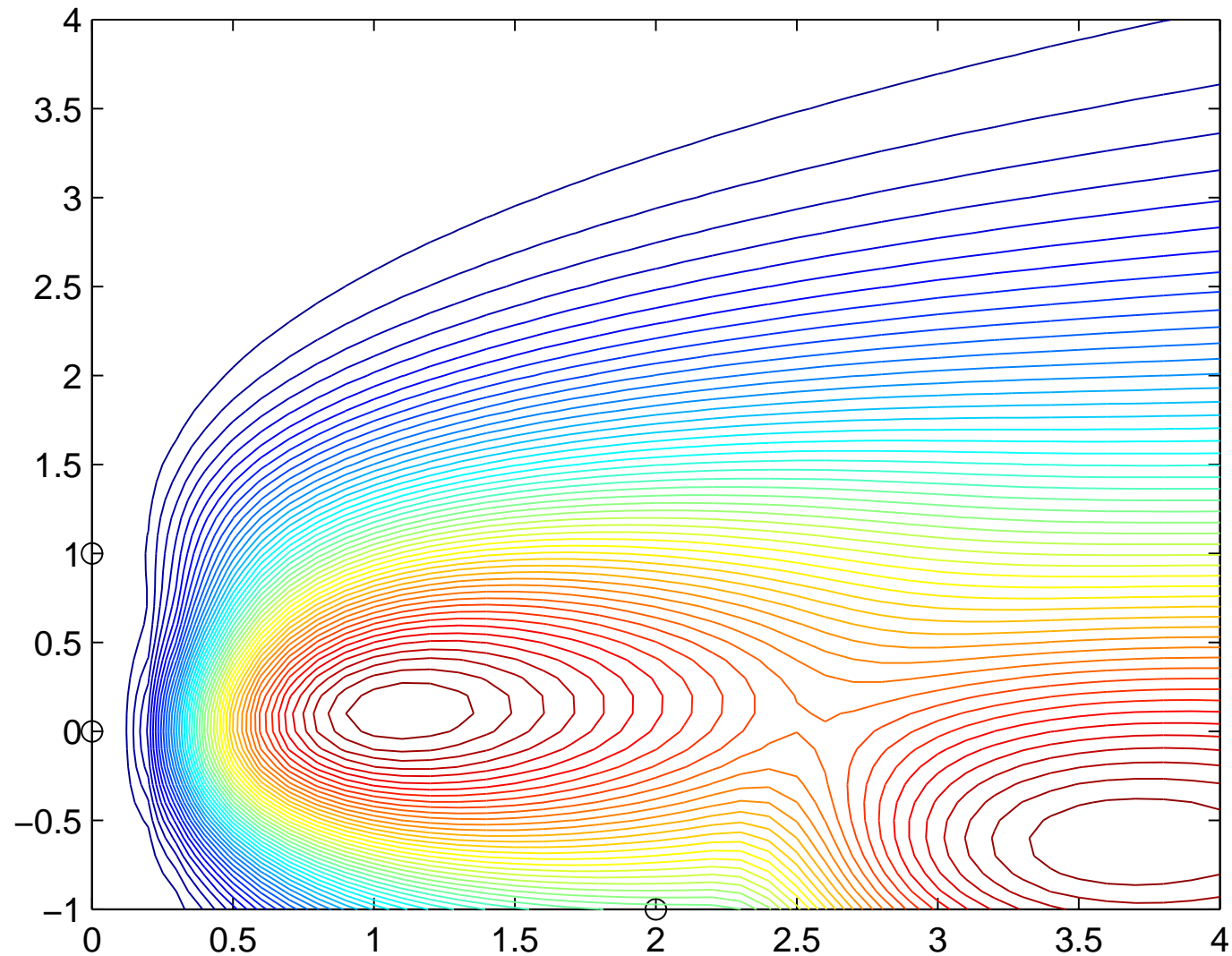
A poluição máxima é atingida em $(x, y)^1 = (1.100, 0.125)$,
 $(x, y)^2 = (1.100, 0.100)$ e $(x, y)^3 = (3.675, -0.625)$,
correspondentes aos locais onde as estações de amostragem
devem ser colocadas.



Universidade do Minho

Curva de nível

Problema **vaz3.mod**



Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3
❖ Formulação

❖ Problema

❖ Resultados
numéricos

❖ Curva de nível

Exemplo 4

Conclusões



Universidade do Minho

Redução da poluição

(Wang and Luus, 1978)

Introdução

Modelos de dispersão

Formulações

Ambiente de modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

❖ Formulação

❖ Resultados numéricos

❖ Curva de nível

Conclusões

Os dados propostos por Gustafson e Kortanek, 1972, apesar de ilustrar o problema de redução da poluição, não é um cenário próximo da realidade.

Usamos os dados de Wang e Luus, 1978, com o limite Português de

$$\left(\sum_{i=1}^{10} (1 - r_i) C_i(x, y, 0, \mathcal{H}_i) \leq 1.25 \times 10^{-4} gm^{-3} \right).$$



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

❖ Formulação

❖ Resultados
numéricos

❖ Curva de nível

Conclusões

Resultados numéricos

A aproximação inicial é $r_i = 0$, $i = 1, \dots, 10$, correspondendo à não redução em todas as fontes.

A solução obtida é:

| r_1 | r_2 | r_3 | r_4 | r_5 | r_6 | r_7 | r_8 | r_9 | r_{10} | Total |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|
| 0.11 | 0.61 | 1 | 0.69 | 1 | 0.23 | 0.75 | 0.56 | 1 | 1 | 6.95 |



Universidade do Minho

Curva de nível

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

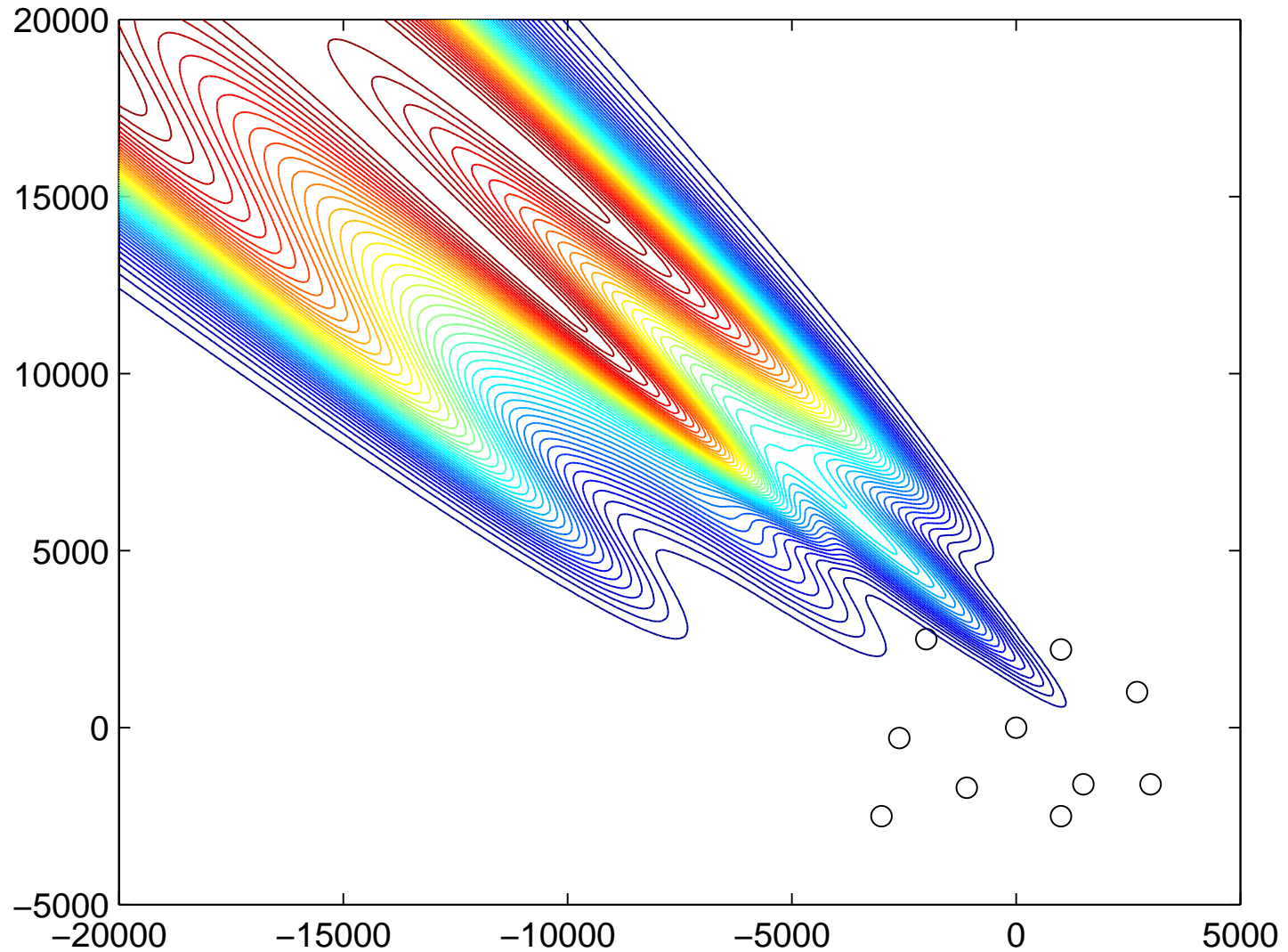
❖ Formulação

❖ Resultados
numéricos

❖ Curva de nível

Conclusões

Problema **vaz4.mod** na solução





Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

❖ Conclusões

❖ Referências

❖ FIM

Conclusões

- Problemas de controlo da poluição atmosférica formulados como problemas de PSI;

- Problemas codificados na linguagem de modelação (SIP)AMPL.

vaz1.mod Tamanho mínimo de chaminés

vaz2.mod Poluição máxima e planeamento de estações de amo

vaz3.mod Redução da poluição

vaz4.mod Redução da poluição

Disponíveis publicamente com o SIPAMPL em

<http://www.norg.uminho.pt/aivaz/>;

- Resultados numéricos obtidos com o *solver* NSIPS;



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

❖ Conclusões

❖ Referências

❖ FIM

Conclusões

- Problemas de controlo da poluição atmosférica formulados como problemas de PSI;

- Problemas codificados na linguagem de modelação (SIP)AMPL.

vaz1.mod Tamanho mínimo de chaminés

vaz2.mod Poluição máxima e planeamento de estações de amo

vaz3.mod Redução da poluição

vaz4.mod Redução da poluição

Disponíveis publicamente com o SIPAMPL em

<http://www.norg.uminho.pt/aivaz/>;

- Resultados numéricos obtidos com o *solver* NSIPS;



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

❖ Conclusões

❖ Referências

❖ FIM

Conclusões

- Problemas de controlo da poluição atmosférica formulados como problemas de PSI;

- Problemas codificados na linguagem de modelação (SIP)AMPL.

vaz1.mod Tamanho mínimo de chaminés

vaz2.mod Poluição máxima e planeamento de estações de amo

vaz3.mod Redução da poluição

vaz4.mod Redução da poluição

Disponíveis publicamente com o SIPAMPL em

<http://www.norg.uminho.pt/aivaz/>;

- Resultados numéricos obtidos com o *solver* NSIPS;



Universidade do Minho

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

❖ Conclusões

❖ **Referências**

❖ FIM

Referências

S.-Å. Gustafson e K.O. Kortanek. Analytical properties of some multiple-source urban diffusion models. *Environment and Planning*, 4:31–41, 1972.

S-Å. Gustafson, K.O. Kortanek, e J.R. Sweigart. Numerical optimization techniques in air quality modeling: Objective interpolation formulas for the spatial distribution of pollutant concentration. *Applied Meteorology*, 16(12):1243–1255, December 1977.

B.-C. Wang e R. Luus. Reliability of optimization procedures for obtaining global optimum. *AIChE Journal*, 24(4):619–626, 1978.



Universidade do Minho

FIM

email: aivaz@dps.uminho.pt

ecferreira@deb.uminho.pt

Web <http://www.norg.uminho.pt/aivaz/>
<http://www.deb.uminho.pt/ecferreira/>

Introdução

Modelos de
dispersão

Formulações

Ambiente de
modelação

Exemplo 1

Exemplo 2

Exemplo 3

Exemplo 4

Conclusões

❖ Conclusões

❖ Referências

❖ FIM